

## CONDITIONS D'EXISTENCE ET D'UNICITÉ DES SOLUTIONS D'UNE ÉQUATION DU TYPE $f(x) = 0$

Soit  $f$  une fonction définie sur l'intervalle  $I = [2 ; 5]$ . On sait que  $f(2) = -3$  et  $f(5) = 2$ .

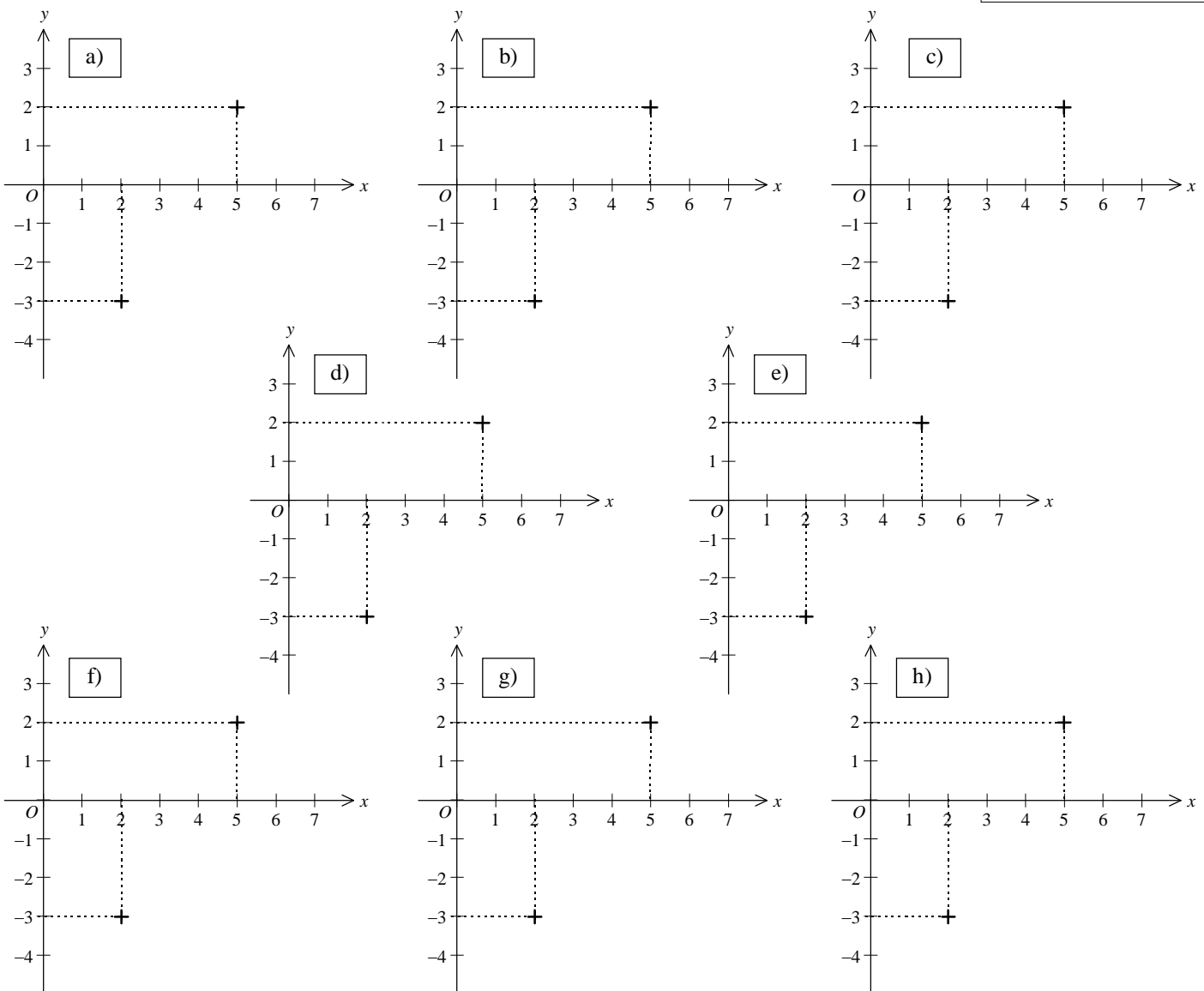
On note  $C_f$  sa représentation graphique.

On s'intéresse à l'équation  $(E)$  suivante :  $f(x) = 0$  sur  $I$ .

Dans chaque cas, dessiner si possible une courbe  $C_f$  satisfaisant aux conditions données :

- a) L'équation  $(E)$  admet une seule solution  $\alpha = 3$ .
- b) L'équation  $(E)$  admet plusieurs solutions dont  $\alpha = 3$  et  $\beta = 4$ .
- c) L'équation  $(E)$  admet exactement deux solutions :  $\alpha = 3$  et  $\beta = 4$ .
- d) La fonction  $f$  n'est pas strictement monotone sur  $I$  et l'équation  $(E)$  admet une seule solution  $\alpha = 3$ .
- e) La fonction  $f$  est strictement monotone sur  $I$  et l'équation  $(E)$  admet deux solutions  $\alpha = 3$  et  $\beta = 4$ .
- f) L'équation  $(E)$  n'admet aucune solution.
- g) La fonction  $f$  est continue sur  $I$  et l'équation  $(E)$  n'admet aucune solution sur  $I$ .
- h) L'équation  $(E)$  admet une infinité de solutions sur  $I$ .

**Et pour les plus courageux :**  
 i) la fonction  $f$  n'est pas monotone et  $(E)$  admet une infinité de solutions.



Compléter : sachant que  $f(2)$  et  $f(5)$  sont de signes contraires ;

- si  $f$  est continue sur  $I = [2 ; 5]$ , alors  $(E)$  admet ..... solution sur  $I$ .
- si, de plus,  $f$  est strictement monotone sur  $I$ , alors  $(E)$  ..... solution sur  $I$ .