

EXERCICES SUR LES PROBABILITÉS

Exercice 1

Dans un univers Ω , on donne deux événements A et B incompatibles tels que $p(A) = 0,2$ et $p(B) = 0,7$.

Calculer $p(A \cap B)$, $p(A \cup B)$, $p(\bar{A})$ et $p(\bar{B})$.

Exercice 2

Un dé (à 6 faces) est truqué de la façon suivante : chaque chiffre pair a deux fois plus de chance de sortir qu'un numéro impair.

1. Calculer la probabilité d'obtenir un 6.
2. On lance deux fois le dé.
 - a) Calculer la probabilité d'obtenir deux fois un chiffre pair
 - b) Calculer la probabilité d'obtenir deux fois un 6.

Exercice 3

Un sac contient trois jetons numérotés ①, ② et ③.

On tire un jeton au hasard, puis on lance un dé autant de fois que le chiffre inscrit sur le jeton.

Calculer la probabilité que la somme du nombre lu sur le jeton et du (ou des) nombre(s) lu(s) sur le dé soit égale à 7. (On fera un arbre "sélectif")

Exercice 4

Un sac contient quatre jetons rouges, trois jetons verts et deux jetons bleus.

On tire des jetons, sans remise, jusqu'à obtention d'un jeton de même couleur qu'un des jetons précédemment tirés. Calculer la probabilité que les deux jetons de même couleur soient bleus.

Exercice 5

E est l'ensemble des nombres de 1 à 20 inclus. On choisit au hasard l'un de ces nombres.

1) Quelle est la probabilité des événements suivants :

A = "il est un multiple de 2"

B = "il est un multiple de 4"

C = "il est un multiple de 5"

D = "il est un multiple de 2 mais pas de 4"

2) Calculer la probabilité de $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cap C$ et $A \cup C$

Exercice 6

Deux lignes téléphoniques A et B arrivent à un standard. On note :

E_1 = "la ligne A est occupée"

E_2 = "la ligne B est occupée"

Après étude statistique, on admet les probabilités : $p(E_1) = 0,5$; $p(E_2) = 0,6$ et $p(E_1 \cap E_2) = 0,3$

Calculer la probabilité des événements suivants :

F = "la ligne A est libre"

G = "une ligne au moins est occupée"

H = "une ligne au moins est libre" (On pourra s'aider d'un tableau à deux entrées)

Exercice 7

Une urne contient cinq jetons numérotés ①②③④⑤.

On tire successivement deux jetons, avec remise.

Quelle est la probabilité d'obtenir deux numéros consécutifs ?

Exercice 8

On lance n dés ($n \geq 1$). On note A l'événement "obtenir au moins un 6".

1. Décrire \bar{A} .

2. Exprimer en fonction de n la probabilité $p(\bar{A})$.

3. En déduire que $p(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$.

4. Compléter le tableau suivant :

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$p(A)$								

5. Combien de dés faut-il lancer pour que la probabilité d'obtenir au moins un six soit supérieure à $\frac{3}{4}$?

Exercice 9

Une urne U contient trois boules blanches et une urne V contient deux boules blanches et une boule noire.

On choisit une urne au hasard puis on tire une boule dans l'urne choisie.

Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?

Exercice 10

On considère un jeu de 32 cartes.

Note : la composition d'un jeu de 32 cartes est la suivante : 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; valet ; dame ; roi ; as pour chacune des 4 "couleurs" : cœur ; carreau ; trèfle et pique.

On tire, au hasard, une carte du paquet. Chaque carte ayant autant de chance d'être choisie. On considère les événements suivants :

V = "Obtenir un valet"

F = "Obtenir une figure" (les figures sont les valets, les dames et les rois)

T = "Obtenir un trèfle"

a) Calculer les probabilités suivantes :

i) $p(V)$

ii) $p(F)$

iii) $p(T)$

b) Décrire l'événement $F \cap T$ puis calculer sa probabilité $p(F \cap T)$.

En déduire la probabilité $p(F \cup T)$ d'obtenir une figure **ou** un trèfle.

c) Décrire l'événement \bar{F} et calculer (simplement !) sa probabilité $p(\bar{F})$

Exercice 11

Un sac contient 5 jetons :

- un bleu valant 3 points
- deux rouges valant chacun 2 points
- deux verts valant chacun 1 point.

1. On tire un jeton au hasard.

a) Quelle est la probabilité de tirer un jeton rouge ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 2 points ?

2. On tire un jeton, puis un deuxième sans remettre le premier dans le sac.

a) Faire un arbre (ou un tableau) indiquant tous les tirages possibles.

b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A = "Tirer deux jetons de couleurs différentes"

B = "Obtenir exactement 4 points"

C = " Obtenir 4 points avec deux jetons de couleurs différentes"

D = "Obtenir au moins 4 points"

Exercice 12

Un couple de futurs parents décide d'avoir trois enfants.

On fait l'hypothèse qu'ils auront, à chaque fois, autant de chances d'avoir un garçon qu'une fille et qu'il n'y aura pas de jumeaux. Calculer la probabilité des événements :

$A =$ "ils auront trois filles"

$B =$ "ils auront trois enfants de même sexe"

$C =$ "ils auront au plus une fille"

$D =$ "les trois enfants ne seront pas du même sexe"

Exercice 13

Un dé (à six faces numérotées de 1 à 6) est truqué de la façon suivante :

$$P(1) = P(2)$$

$$P(2) = \frac{2}{3} P(3)$$

$$P(3) = P(4)$$

$$P(4) = \frac{2}{3} P(5)$$

$$P(5) = P(6)$$

Calculer $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $P(4)$, $P(5)$ et $P(6)$

Exercice 14 *Le tong (jeu indien)*

Deux joueurs montrent simultanément un, deux ou trois doigts de leur main gauche. On suppose que chacun des deux joueurs montre de façon équiprobable un, deux ou trois doigts.

1. Quelle est la probabilité que les deux joueurs montrent le même nombre de doigts ?
2. Quelle est la probabilité que le nombre total de doigts montrés par les deux joueurs soit un nombre pair ?

(On pourra s'aider d'un tableau)

Exercice 15

On considère une pièce de monnaie truquée. On désigne par P l'événement "obtenir *Pile*" et par F l'événement "obtenir *Face*".

1. On sait que la probabilité $p(P)$ d'obtenir "*Pile*" est égale à $\frac{1}{3}$. Calculer $p(F)$.
2. On lance trois fois cette pièce de monnaie.
 - a) Faire un arbre (complet) correspondant à cette expérience.
 - b) Quelle est la probabilité :
 - i) De n'obtenir que des "*Pile*" ?
 - ii) D'obtenir (globalement) deux fois "*Pile*" et une fois "*Face*"

Exercice 16

On lance deux dés (non truqués) numérotés de 1 à 6, et on fait la somme des numéros obtenus.

1. Recopier et compléter le tableau (6×6) suivant visualisant toutes les associations possibles :

	1	2	3	4	5	6
1	2	3				
2	3					
3						
4						
5						
6						

1. Calculer les probabilités des événements suivants :

- a) $P =$ "Obtenir un nombre pair"
- b) $I =$ "Obtenir un nombre impair"
- c) $A =$ "Obtenir 12"
- d) $B =$ "Obtenir 14".

Exercice 17

1. Une urne U contient 3 boules blanches et une urne V contient deux boules blanches et une boule noire.

On choisit une urne au hasard puis on tire une boule dans l'urne choisie.

Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?

2. L'urne U contient à présent une boule blanche et une boule noire, et l'urne V contient deux boules blanches et une boule noire.

On choisit une urne au hasard puis on tire une boule dans l'urne choisie.

Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?

Exercice 18

Dans une tombola, on a vendu 10000 billets numérotés de 0000 à 9999.

1. Quelle est la probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres (tous distincts) ?
2. Quelle est la probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres identiques ?

Exercice 19

Dans une loterie, 100 billets sont vendus et il y a 7 billets gagnants. Quelle est la probabilité de gagner au moins un lot si on achète :

1. Un billet ?
2. Deux billets ?

Exercice 20

1. Quelle est la probabilité d'obtenir un six en lançant un dé ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un six (au moins) en lançant deux dés ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un six (au moins) en lançant six dés ?

Exercice 21

On considère l'équation : $x^2 + px + q = 0$.

Les coefficients p et q sont obtenus en jetant deux dés.

Quelle est la probabilité que l'équation admette deux racines réelles ?

(Piste : tableau à deux entrées présentant les différentes valeurs possibles du discriminant $\Delta = p^2 - 4q$.)

Exercice 22

Un sondage réalisé un lundi après-midi à la sortie d'un supermarché auprès de 350 femmes, a donné les résultats suivants :

- 86% d'entre elles sont des femmes au foyer, les autres sont salariées ;
- 66% d'entre elles ont dépensé entre 40 et 200 euros ;
- parmi les femmes salariées, les $\frac{4}{7}$ ont dépensé entre 40 et 200 euros, et deux ont dépensé plus de 200 euros ;
- aucune femme au foyer n'a dépensé plus de 200 euros.

Recopier et compléter le tableau suivant :

Dépense	Catégorie	Au foyer	Salariée	Total
Moins de 40 euros				
Entre 40 et 200 euros				
Plus de 200 euros				
Total				

On choisit au hasard une de ces personnes interrogées. On considère les événements suivants :

A : " elle est salariée " ;

B : " elle a dépensé moins de 40 euros " ;

C : " elle est salariée et a dépensé moins de 200 euros ".

- a) Calculer la probabilité des événements A , B , et C .
- b) Traduire par une phrase l'événement $A \cup B$: " elle ... " puis calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$.
- c) Quel est le pourcentage de femmes interrogées ayant dépensé moins de 40 euros ?

Tous les résultats seront arrondis à deux chiffres après la virgule.

Exercice 23

Pour se rendre à son travail, un automobiliste rencontre trois feux tricolores. On suppose que les feux fonctionnent de manière indépendante, que l'automobiliste s'arrête s'il voit le feu orange ou rouge et qu'il passe si le feu est vert. On suppose de plus que chaque feu est vert durant un temps égal à rouge et orange (autrement dit, l'automobiliste a autant de chance de passer que de s'arrêter)

1. Faire un arbre représentant toutes les situations possibles.
2. Quelle est la probabilité que l'automobiliste ait :
 - a) les trois feux verts ?
 - b) Deux des trois feux verts ?