EXERCICES SUR LES TRANSFORMATIONS DU PLAN

Questions de cours

1) Soit h une homothétie de centre O et de rapport k. Ecrire une relation vectorielle liant O, k, un point M et son image $M' = h(M)$.

2) Soit $[AB]$ un segment de milieu I. Soit t une transformation. Notons $A' = t(A)$, $B' = t(B)$ et $I' = t(I)$. Que dire du point I' ?

Exercice 1

Soit ABC un triangle (quelconque) et G son centre de gravité.

Soient I, J et K les milieux respectifs des côtés $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.

Par quelle homothétie le triangle IJK est-il l'image du triangle ABC ? (**Justifier la réponse)**

Exercice 2

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O. Soit H le pied de la hauteur issue de B dans le triangle BAC.

Soient $A' = s_A(B)$, $B' = s_H(B)$ et $C' = s_C(B)$.

1) Faire une figure.

2) Démontrer que les points A', B', C$'$ et D sont les images respectives des points A, H, C et O par une homothétie h dont on précisera le centre et le rapport.

3) En déduire que : (**en justifiant**)

   a) les points A', B', C' et D sont alignés

   b) les points A', B', C' et D sont sur une droite parallèle à (AC)

   c) D est le milieu du segment $[A'C']$.

Exercice 3

Quatre points distincts A, B, C et D d'une droite d sont disposés ainsi :

- B est le milieu du segment $[AD]$
- C est le milieu du segment $[BD]$.

Soit M un point non situé sur la droite d. La parallèle à (AM) issue de B et la parallèle à (BM) issue de C se coupent en N.

1) Faire une figure.

2) Soit h l'homothétie de centre D et de rapport $\frac{1}{2}$.

   a) Déterminer l'image par h des points A et B.

   b) Démontrer que l'image par h du point M est N.

3) Démontrer que les points M, N et D sont alignés.

Exercice 4

ABCD est un parallélogramme de centre *O*. Une droite *d* passant par *O* coupe (*AD*) en *M* et (*BC*) en *N*. Notons s_O la symétrie de centre *O*.

1) Quelle est l'image de *d* par s_O ? Quelle est l'image de (*AD*) par s_O ?

2) Démontrer que *O* est le milieu de [*MN*].

Exercice 5

ABC est un triangle. *D* et *E* sont des points tels que $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Calculer l'aire du trapèze *DECB* en fonction de l'aire $\mathcal{A}$ du triangle *ABC*.

Exercice 6

Soit *ABCD* un carré de centre *O*.

Soient *I* le symétrique de *A* par rapport à *B* et *J* le symétrique de *D* par rapport à *A*.

Démontrer que *OIJ* est un triangle rectangle isocèle en *O*.

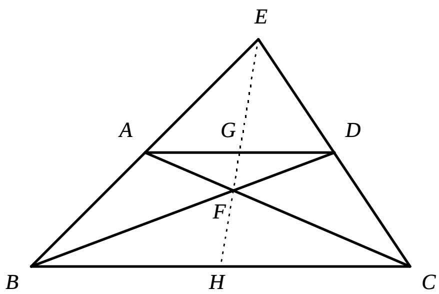
Exercice 7

ABCD est un trapèze de bases [*AD*] et [*BC*].

Soient *E* le point d'intersection des droites (*AB*) et (*CD*),
F le point d'intersection des droites (*AC*) et (*BD*),
G le milieu du segment [*AD*],
et *H* le milieu du segment [*BC*].

Le but du problème est de démontrer l'alignement des points *E*, *G*, *F* et *H*.

On répondra aux questions suivantes en **justifiant** :

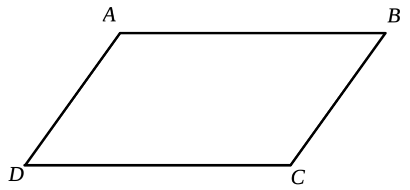


1. Soit *h* l'homothétie de centre *E* qui transforme *A* en *B*.
   a) Quel est le signe du rapport de l'homothétie *h* ?
   b) Quelle est l'image de la droite (*AD*) par cette homothétie ?
   c) Quelle est l'image de *D* par cette homothétie ?
   d) Quelle est l'image de *G* par cette homothétie ?
   e) En déduire l'alignement des points *E*, *G* et *H*.
2. Soit *h'* l'homothétie de centre *F* qui transforme *A* en *C*
   a) Quel est le signe du rapport de l'homothétie *h'* ?
   b) Quelle est l'image de la droite (*AD*) par cette homothétie ?
   c) Quelle est l'image de *D* par cette homothétie ?
   d) Quelle est l'image de *G* par cette homothétie ?
   e) En déduire l'alignement des points *F*, *G* et *H*.
3. Conclure.

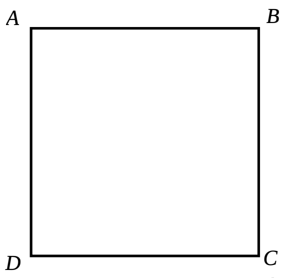
Exercice 8

Dans chaque cas, citer une transformation envoyant :

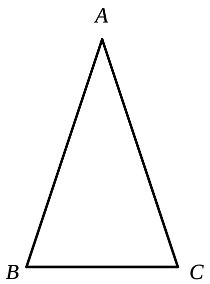
– pour le parallélogramme : A sur C et B sur D



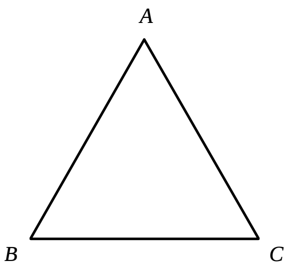
– pour le carré : A sur B, B sur C, C sur D et D sur A



– pour le triangle isocèle : A sur A et B sur C



– pour le triangle équilatéral : A sur B, B sur C et C sur A



On précisera, dans chaque cas, quels sont les points invariants et on les représentera.

Exercice 9

Sur la figure ci-dessous, G est le centre de gravité du triangle ABC :

	AFFIRMATIONS	vrai ou faux
1	G est l'image de K par l'homothétie de centre C et de rapport 0,5.	
2	B est l'image de J par l'homothétie de centre G et de rapport –2.	
3	I est l'image de C par l'homothétie de centre B et de rapport 2.	
4	A est l'image de K par l'homothétie de centre C et de rapport 2.	
5	G est l'image de A par l'homothétie de centre I et de rapport 1/3.