

EXERCICES SUR LES VECTEURS

Question de cours

Recopier et compléter les propriétés suivantes

1. G est le centre de gravité du triangle ABC si et seulement si $\vec{AG} = \dots \vec{AI}$ (I désigne le milieu de $[BC]$)
2. G est le centre de gravité du triangle ABC si et seulement si $\vec{GA} + \dots + \dots = \dots$

Exercice 1 Relation de Chasles

Simplifier au maximum les relations suivantes

1. $\vec{u} = \vec{AC} + \vec{BA} + \vec{CB}$
2. $\vec{v} = \vec{DE} - \vec{DF} + \vec{EF} - \vec{ED}$

Exercice 2 Parallélisme

Soit ABC un triangle.

1. **Placer** le point E tel que $\vec{AE} = \frac{1}{3} \vec{AB}$.
2. **Placer** le point F tel que $\vec{AF} = 3 \vec{AC}$.
3. **Démontrer** que les droites (CE) et (FB) sont parallèles.

Exercice 3 Alignement

$ABCD$ est un parallélogramme.

1. **Placer** les points E et F tels que $\vec{DE} = \frac{1}{3} \vec{DB}$ et $\vec{DF} = -\frac{1}{4} \vec{DB}$.
2. **Placer** les points G et H tels que $BAEG$ et $BAFH$ soient des parallélogrammes.
3. **Démontrer** que $\vec{CH} = \vec{DF}$ et $\vec{CG} = \vec{DE}$
4. **En déduire** que les points C , G et H sont alignés.

Exercice 4 Centre de gravité

ABC est un triangle et O un point quelconque à l'intérieur de ABC .

1. **Placer** les points I , J et K tels que $OABI$, $OBCJ$ et $OCAK$ soient des parallélogrammes.
2. **Démontrer** que O est le centre de gravité du triangle IJK .

Exercice 5

Associer à chaque égalité vectorielle la phrase correspondante et, dans chaque cas, illustrer par une figure :

- | | |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| 1. $\vec{AD} = \vec{DB}$ | A. $ABCD$ est un parallélogramme |
| 2. $\vec{AB} = \vec{CD}$ | B. $ABDC$ est un parallélogramme |
| 3. $\vec{DC} = \vec{DA} + \vec{DB}$ | C. D est le milieu de $[AB]$ |
| 4. $\vec{AD} = \vec{BC}$ | D. $ADBC$ est un parallélogramme |

Exercice 6

Simplifier au maximum l'écriture des vecteurs suivants :

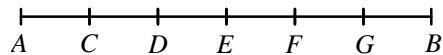
1. $\vec{u} = \vec{AC} + \vec{BA} + \vec{CB}$

2. $\vec{v} = \vec{DE} - \vec{DF} + \vec{EF} - \vec{ED}$

3. $\vec{w} = \vec{BA} + \vec{MA} - \vec{MB}$

Exercice 7

Le segment $[AB]$ est divisé en 6 parties de même longueur.



Compléter les relations suivantes par :

- la lettre qui convient :

1) $\vec{E...} = -2 \vec{EF}$

2) $\vec{C...} + ... \vec{G} = \vec{0}$

3) $\vec{AB} = \frac{3}{2} \vec{A...}$

- le nombre qui convient :

4) $\vec{CE} = ... \vec{AB}$

5) $\vec{AD} = ... \vec{BF}$

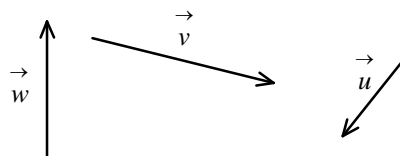
6) $\vec{DE} = ... \vec{BF}$

Exercice 8

1. Construire les points B et C tels que $\vec{AB} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{AC} = \vec{u} - \vec{v}$.

Représenter les vecteurs $\vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{u} - \vec{v}$.

2. Construire les points E et F tels que $\vec{DE} = \vec{w} - 3\vec{u}$ et $\vec{DF} = -\frac{1}{2}\vec{w} + \vec{u}$.



+ D

+ A

Exercice 9

Soit ABC un triangle.

Simplifier au maximum l'écriture des vecteurs suivants :

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \vec{AC} + \vec{BA} + 2\vec{CB} \\ \vec{v} &= 2\vec{AC} - \vec{CB} + \vec{BA} - \vec{AB} \end{aligned}$$

Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils colinéaires ? Justifier.

Exercice 10

Soient A et B deux points tels que $AB = 5$ cm.

Soit M le point défini par : $-5\vec{MA} + 3\vec{MB} = \vec{0}$.

Déterminer le vecteur \vec{AM} en fonction du vecteur \vec{AB} et construire le point M .

Exercice 11

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre I .

1. Construire le point M tel que $\vec{IM} = \vec{IA} + \vec{ID}$ et le point N tel que $\vec{IN} = \vec{IB} + \vec{IC}$.

2. Démontrer que $\vec{IM} + \vec{IN} = \vec{0}$. Que peut-on en déduire ?

3. Justifier les deux égalités suivantes : $\vec{BN} = \vec{IC}$ et $\vec{IC} = \vec{AI}$.

En déduire la nature du quadrilatère $ABNI$.

Exercice 12

Soit ABC un triangle.

1. Placer le point E tel que $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB}$.

2. Placer le point F tel que $\vec{AF} = 3\vec{AC}$.

3. Démontrer que les droites (CE) et (FB) sont parallèles.

Exercice 13

Soit PQR un triangle de centre de gravité G .

Soient les points I, J et K tels que :

$$\vec{GI} = -3\vec{GP}, \vec{GJ} = -3\vec{GQ} \text{ et } \vec{GK} = -3\vec{GR}$$

1. Faire une figure.

2. Démontrer que G est le centre de gravité du triangle IJK .

Exercice 14

ABC est un triangle avec $AB = 8$ cm.

1. Placer le point E tel que : $3 \vec{EA} + 5 \vec{EB} = \vec{0}$. (Justifier la position de E à l'aide d'un calcul vectoriel)
2. Démontrer que $3 \vec{CA} + 5 \vec{CB} = 8 \vec{CE}$.

Exercice 15

ABC est un triangle de centre de gravité G . Le point Z est le milieu de $[AC]$.

1. Faire une figure puis placer les points I, J et K définis par $\vec{AK} = \frac{1}{3} \vec{AB}$, $\vec{BI} = \frac{1}{3} \vec{BC}$ et $\vec{CJ} = \frac{1}{3} \vec{CA}$.
2. Démontrer que G est le centre de gravité du triangle IJK .
3. Démontrer que $\vec{IJ} = \frac{2}{3} \vec{BZ}$.
4. Démontrer que $BIJG$ est un parallélogramme.

Exercice 16

Soit PQR un triangle de centre de gravité G .

Soient I le symétrique de G par rapport à P ,

J le symétrique de G par rapport à Q ,

K le symétrique de G par rapport à R .

Démontrer que G est le centre de gravité du triangle IJK .

Exercice 17

$ABCD$ est un parallélogramme.

1. **Construire** les points F et E tels que : $\vec{BE} = 2 \vec{AB}$ et $\vec{AF} = 3 \vec{AD}$.
2. **Construire** le point G tel que $AEGF$ soit un parallélogramme.
3. **Démontrer** que les points A, C et G sont alignés.

Exercice 18

G est le centre de gravité d'un triangle ABC .

Démontrer que pour tout point M du plan on a : $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3 \vec{MG}$.

Exercice 19

ABC est un triangle.

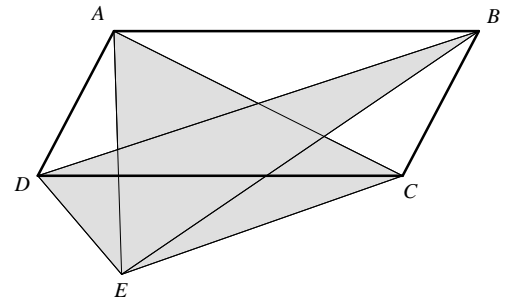
- 1) **Construire** le point M tel que $\vec{BM} = \frac{1}{3} \vec{BC}$.
- 2) **Démontrer** que $\vec{AM} = \frac{2}{3} \vec{AB} + \frac{1}{3} \vec{AC}$.
- 3) **Construire** le point N tel que $\vec{AN} = 2 \vec{AB} + \vec{AC}$.
- 4) **Démontrer** que les points A , M et N sont alignés.

Exercice 20

Sur la figure ci-contre, $ABCD$ est un parallélogramme.

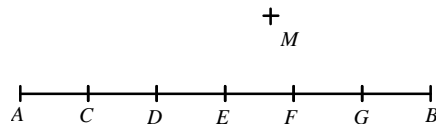
Soit G le centre de gravité du triangle AEC .

Démontrer que G est le centre de gravité du triangle BDE



Exercice 21

Le segment $[AB]$ est divisé en 6 parties égales. M est un point quelconque.



Compléter les relations suivantes par :

- la lettre qui convient :

1) $\vec{C...} + \vec{...G} = \vec{0}$

2) $\vec{AB} = \frac{3}{2} \vec{A...}$

- le nombre qui convient :

3) $\vec{AD} = \dots \vec{BF}$

4) $\vec{MD} + \vec{MB} = \dots \vec{MF}$

Exercice 22

$ABCD$ est un parallélogramme.

1) Construire les points E et F définis par : $\vec{AE} = \frac{3}{2} \vec{AB}$ et $\vec{DF} = -2 \vec{DA}$.

2) Montrer que $\vec{FE} = \frac{3}{2} \vec{AB} - 3 \vec{AD}$ et que $\vec{CE} = \frac{1}{2} \vec{AB} - \vec{AD}$.

3) En déduire que E , F et C sont alignés.